

1. Решить уравнение

$$|x - 2| + 2|x + 1| = 9.$$

2. Решить неравенство

$$\frac{4^x + 5}{2^x - 11} \geq -1.$$

3. Решить уравнение

$$\sqrt{2 \cos^2 x - \sqrt{3}} + \sqrt{2} \sin x = 0.$$

4. В выпуклом четырехугольнике  $ABCD$  диагонали  $BD$  и  $AC$  равны стороне  $AB$ . Найти величину угла  $BCD$  и сторону  $AB$ , если угол  $CDA$  прямой,  $BC = 4$ ,  $AD = 5$ .

5. Зенон не раз наблюдал забавную игру Ахилла с черепахой: Ахилл и черепаха приближались друг к другу вдоль тропинки, стартуя с разных концов тропинки. Двигались они только навстречу друг другу, причем, когда черепаха стояла, Ахилл шел навстречу ей, а когда черепаха ползла навстречу Ахиллу, Ахилл стоял в течение всего времени ее движения. Продвигались они по тропинке друг к другу каждый со своей постоянной скоростью, одной и той же в разных играх, причем скорость идущего Ахилла была в 50 раз больше скорости ползущей черепахи. Игра заканчивалась, когда Ахилл и черепаха сходились в одной точке тропинки.

В первой игре, начав сближаться по первой тропинке, они сошлись не ранее, чем через 15 минут. Во второй игре, сближаясь по второй тропинке, они сошлись не позже, чем через полторы минуты. В третьей игре они сошлись по третьей тропинке за 11 минут, причем в ходе этой игры Ахилл двигался в общей сложности в течение 1 минуты, а черепаха — в течение 10 минут. Известно, что сумма длин первой и третьей тропинок равна длине второй тропинки.

Каково отношение расстояния, пройденного Ахиллом навстречу черепахе за время всех трех игр, к расстоянию, на которое продвинулась черепаха навстречу Ахиллу за время всех трех игр?

6. Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых функция

$$f(x) = \frac{4 \sin x + a}{4a - 2 \sin x}$$

принимает все значения из отрезка  $[0, 1]$ .

1. Решить уравнение

$$|x + 1| + 2|x - 2| = 9.$$

2. Решить неравенство

$$\frac{25^x - 28}{5^x - 6} \geq 3.$$

3. Решить уравнение

$$\sqrt{2 \cos^2 x} - \sqrt{2} + \sqrt{2} \sin x = 0.$$

4. В выпуклом четырехугольнике  $KLMN$  диагонали  $LN$  и  $KM$  равны стороне  $KL$ . Найти величину угла  $LMN$  и сторону  $KL$ , если угол  $MNK$  прямой,  $LM = 3$ ,  $KN = 4$ .

5. По вечерам Солоха зазывала Пацюка к себе на ужин и угощала варениками. Вареники у Солохи были вкусны и всегда на удивление одинаковы: в какой день ни возьми — все точь-в-точь как один. Ужинали они только вдвоем, да так уважительно, что уж если кто-то из них кушал вареники, то другой в это время не кушал, а нахваливал, и наоборот, если кто-то не кушал вареников, то другой в это самое время обязательно их кушал. Каждый из них кушал размеренно, поглощая вареники со своей постоянной скоростью, одною и той же в разные вечера, причем Пацюк поглощал вареники втрое быстрее Солохи.

В первый вечер они съели полную миску вареников за 3 часа, причем 2 часа кушал вареники Пацюк, а 1 час кушала Солоха. Во второй вечер к радости хозяйки не дольше, чем за 3 часа, была поглощена вся другая миска вареников, а в третий вечер — целая третья миска, причем не быстрее, чем за 1 час. Больше Пацюк в гости к Солохе почему-то не ходил.

А миски у Солохи были таковы, что коли сложить бы все вареники, приготовленные и съеденные в первый вечер, с двумя такими мисками, какая в третий вечер была съедена, то получилась бы как раз миска вареников, выкушанных во второй вечер. Какую долю всех приготовленных к этим трем ужинам вареников съел Пацюк?

6. Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых функция

$$f(x) = \frac{4 \cos x + 6a}{4a - \cos x}$$

принимает все значения из отрезка  $[1, 2]$ .

1. Решить уравнение

$$|x - 1| + 2|x + 2| = 9.$$

2. Решить неравенство

$$\frac{9^x - 7}{3^x - 5} \geq -1.$$

3. Решить уравнение

$$\sqrt{2 \cos^2 x - \sqrt{3}} - \sqrt{2} \sin x = 0.$$

4. В выпуклом четырехугольнике  $ABCD$  диагонали  $BD$  и  $AC$  равны стороне  $AB$ . Найти величину угла  $BCD$  и сторону  $AB$ , если угол  $CDA$  прямой,  $BC = 4$ ,  $AD = 7$ .

5. Почтеннейшие граждане — пан Теофас и пан Боло — при каждой встрече, еще издалека увидев и окликнув друг друга, начинали сближаться прямо друг к другу с громогласными приветствиями, пока не сходились в дружеских объятиях. При этом кто-то из них обязательно продвигался навстречу другому, но не одновременно оба: когда кто-то из них шел, другой стоял, раскланиваясь, а когда кто-то из них стоял, другой двигался к нему. Продвигался каждый из них со своей постоянной скоростью, одной и той же при разных встречах. Долговязый пан Теофас шагал вдвое быстрее приземистого пана Боло, страдавшего одышкой.

При первой встрече они сближались до объятий не более 10 секунд, при второй встрече — не менее 12 секунд. При третьей встрече они сблизились за 6 секунд, причем 2 секунды вышагивал пан Теофас, а 4 секунды семенял пан Боло. Расстояние, на котором при первой встрече они увидели и окликнули друг друга (и начали сближаться), равно сумме таких расстояний при второй и третьей встречах.

Каково отношение расстояния, на которое продвинулся пан Теофас навстречу пану Боло за время всех трех встреч, к расстоянию, на которое продвинулся пан Боло к пану Теофасу за те же три встречи?

6. Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых функция

$$f(x) = \frac{3 \sin x + 4a}{3a - \sin x}$$

принимает все значения из отрезка  $[0, 2]$ .

1. Решить уравнение

$$|x + 2| + 2|x - 1| = 9.$$

2. Решить неравенство

$$\frac{49^x - 39}{7^x - 2} \geq 2.$$

3. Решить уравнение

$$\sqrt{2 \cos^2 x - \sqrt{2}} - \sqrt{2} \sin x = 0.$$

4. В выпуклом четырехугольнике  $KLMN$  диагонали  $LN$  и  $KM$  равны стороне  $KL$ . Найти величину угла  $LMN$  и сторону  $KL$ , если угол  $MNK$  прямой,  $LM = 3$ ,  $KN = 5$ .

5. Великий падишах Аль-Рашид, славившийся своей благосклонностью к наукам, любил, насытившись обедом, послушать ученые беседы своих придворных мудрецов — Хассана и Хоттаба. Оба мудреца усаживались у ног падишаха, и им двоим подавали один кувшин сладчайшего нектара. Беседы начинались по велению падишаха и проистекали так, что каждый из мудрецов либо рассуждал вслух и нектар не пил, либо молчал в раздумьях и попивал нектар из кувшина со своей постоянной скоростью, одной и той же при разных беседах, причем Хассан попивал нектар в полтора раза быстрее Хоттаба. В каждый момент лобой такой беседы звучала речь какого-либо из двух мудрецов, другой же в это время молча попивал нектар. Беседа заканчивалась, когда весь поданный кувшин нектара был выпит.

В первый день беседа мудрецов продолжалась ровно 3 часа, причем Хассан в течение 1 часа рассуждал вслух, а в течение 2 часов попивал нектар. На второй день беседа длилась не менее 2 часов, а на третий день — не более 4 часов. За время первых двух бесед было выпито столько же нектара, сколько за время третьей беседы.

Какую долю всего поданного к этим трем беседам нектара испил мудрец Хассан?

6. Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых функция

$$f(x) = \frac{3 \cos x + 5a}{3a - 2 \cos x}$$

принимает все значения из отрезка  $[1, 3]$ .