

Варианты вступительного экзамена по математике

2000 г.

Вариант 1

1. Решить уравнение: $4x \sin 3x = 3x + |x|$.
2. Рассматриваются геометрические прогрессии, у каждой из которых первый член равен десяти, сумма второго и третьего членов кратна четырем и не превосходит одной тысячи, а знаменатель больше единицы. Указать знаменатели всех таких прогрессий.
3. Два одинаковых поля требуется вспахать тремя тракторами. При работе в одиночку первый трактор вспашет одно поле втрое быстрее, чем второй, а третьему трактору на эту же работу потребуется на два часа больше, чем первому. Работая вместе, все три трактора могут вспахать одно поле за семь часов двенадцать минут. Найти наименьшее время, за которое можно вспахать оба поля при условии, что все тракторы начинают работу одновременно, а для переезда с одного поля на другое любому трактору требуется сорок минут.
4. Решить неравенство: $2 + \log_{\sqrt{x^2 - 2x - 3}} \frac{x+4}{x+1} \geq \log_{(x^2 - 2x - 3)} (x^2 - 2x - 2)^2$.
5. В основании пирамиды $SABC$ лежит треугольник со сторонами $AB=AC=5$ и $BC=6$. Ребро SA перпендикулярно основанию пирамиды. Найти радиус сферы, описанной около пирамиды, если известно, что отношение радиуса вписанной в пирамиду сферы к ребру SA равно $\frac{2}{7}$.

Вариант 2

1. Решить уравнение: $4x \cos 3x = \sqrt{2}x + \sqrt{2}|x|$.
2. Рассматриваются геометрические прогрессии, у каждой из которых третий член равен восьми, сумма первого и второго членов кратна пяти и не превосходит пятисот, а знаменатель больше нуля и меньше единицы. Указать знаменатели всех таких прогрессий.
3. Три сеялки нужно засеять пшеницей два одинаковых поля. При работе в одиночку третья сеялка засеет одно поле втрое быстрее, чем вторая. Вторая и третья сеялки, работая вместе, засеют одно поле на пять часов быстрее, чем первая сеялка при работе в одиночку. Все три сеялки при совместной работе засеют одно поле за шесть часов. Найти наименьшее время, за которое можно засеять оба поля при условии, что все сеялки начинают работу одновременно, а для переезда с одного поля на другое любой сеялке требуется один час двадцать минут.
4. Решить неравенство: $2 + \log_{\sqrt{-x^2 + 13x - 36}} \frac{41-x}{x-9} > \log_{(-x^2 + 13x - 36)} (x^2 - 10x + 32,93)^2$.
5. В основании пирамиды $SABC$ лежит равнобедренный треугольник ABC со сторонами $AB=AC=5$, $BC=6$, а вершина S пирамиды проектируется на ее основание в середину стороны BC . Найти радиус сферы, описанной около пирамиды, если отношение радиуса вписанной в пирамиду сферы к ее высоте равно $\frac{3}{7}$.

Вариант 3

1. Решить уравнение: $4x \sin(x+1) = \sqrt{2}|x| - \sqrt{2}x$.
2. Указать большие единицы знаменатели всех трех геометрических прогрессий, у каждой из которых первый член равен пятнадцати, а сумма второго и третьего членов кратна тридцать и не превосходит шести тысяч.
3. Два одинаковых поля требуется вспахать тремя тракторами. При работе в одиночку второй трактор вспашет одно поле вчетверо быстрее, чем первый. Работая вместе, первый и второй тракторы вспашут одно поле на пять часов быстрее, чем третий трактор при работе в одиночку. Все три трактора при совместной работе вспашут одно поле за шесть часов. Найти наименьшее время, за которое можно вспахать оба поля при условии, что все трактора начинают работу одновременно, а для переезда с одного поля на другое любому трактору требуется пятьдесят минут.
4. Решить неравенство: $2 + \log_{\sqrt{x^2-6x-7}} \frac{x-2}{x-7} \leq \log_{(x^2-6x-7)} (x^2 - 2x + 5,1)^2$.
5. В основании пирамиды $SABC$ лежит треугольник со сторонами $AB=AC=5$ и $BC=6$. Ребро SA перпендикулярно основанию пирамиды. Найти радиус сферы, описанной около пирамиды, если известно, что отношение радиуса вписанной в пирамиду сферы к ребру SA равно $\frac{2}{7}$.

Вариант 4

1. Решить уравнение: $4x \cos(x-1) = 3|x| + x$.
2. Рассматриваются геометрические прогрессии, у каждой из которых третий член равен десяти, сумма первого и второго членов кратна пяти и не превосходит одной тысячи, а знаменатель больше нуля и меньше единицы. Указать знаменатели всех таких прогрессий.
3. Три сеялки нужно засеять рожью два одинаковых поля. Чтобы в одиночку засеять одно поле первой сеялке потребуется вдвое больше времени, чем второй, а третьей сеялке на эту же работу потребуется на четыре на четыре часа меньше времени, чем второй. Работая все вместе, три сеялки могут засеять одно поле за десять часов тридцать минут. Найти наименьшее время, за которое можно засеять оба поля при условии, что все сеялки начинают работу одновременно, а для переезда с одного поля на другое любой сеялке требуется один час двадцать минут.
4. Решить неравенство: $2 + \log_{\sqrt{-x^2+10x-16}} \frac{9-x}{8-x} < \log_{(-x^2+10x-16)} (-x^2 + 9x - 8)^2$.
5. В основании пирамиды $SABC$ лежит равнобедренный треугольник со сторонами $BC=12$, $AB=AC=10$, а двугранный угол при ребре BC – прямой. Найти радиус сферы, описанной около пирамиды, если отношение радиуса вписанной в пирамиду сферы к стороне BC равно $\frac{1}{14}$.

ОТВЕТЫ:

Вариант 1

1. $x = 0$; $x = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}$, $n = 0, 1, 2, \dots$; $x = (-1)^m \frac{\pi}{18} + \frac{\pi m}{3}$, $m = -1, -2, \dots$;
2. $q = \frac{-5 + \sqrt{25 + 40k}}{10}$, $k \in \{6, 7, 8, \dots, 249, 250\}$.; **3.** 14 часов 30 мин.;
4. $x \in (3; 1 + \sqrt{5}) \cup [\frac{10}{3}; +\infty)$; **5.** $R = \frac{\sqrt{769}}{8}$.

Вариант 2

1. $x = 0$; $x = \frac{\pi}{12}$; $x = \pm \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}$, $n = 1, 2, \dots$; $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi m}{3}$, $m = -1, -2, \dots$;
2. $q = \frac{4 + \sqrt{16 + 40k}}{5k}$, $k \in \{4, 5, 6, \dots, 99, 100\}$.; **3.** 12 часов 12 мин.;
4. $x \in (4, 1; \frac{13 - \sqrt{21}}{2}) \cup (8, 7; \frac{13 + \sqrt{21}}{2})$; **5.** $R = \frac{\sqrt{1649}}{8}$.

Вариант 3

1. $x = 0$; $x = -1 + \pi n$, $n \in \mathbb{N}$; $x = -1 + (-1)^{m+1} \frac{\pi}{4} + \pi m$, $m = 0, -1, -2, \dots$;
2. $q = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 2k}$, $k \in \{2, 3, 4, \dots, 199, 200\}$.; **3.** 12 часов 6 мин.;
4. $x \in (-\infty; 3 - \sqrt{17}) \cup [7, 1; 3 + \sqrt{17})$; **5.** $R = \frac{\sqrt{769}}{8}$.

Вариант 4

1. $x = 0$; $x = 1 - \frac{2\pi}{3}$; $x = 1 + 2\pi n$, $n = 0, 1, 2, \dots$; $x = 1 \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi m$, $m = -1, -2, \dots$;
2. $q = \frac{1 + \sqrt{1 + 8k}}{2k}$, $k \in \{4, 5, 6, \dots, 199, 200\}$.; **3.** 21 час 15 мин.;
4. $x \in (5 - \sqrt{8}; 5) \cup (5 + \sqrt{8}; 8)$; **5.** $R = \frac{\sqrt{1649}}{4}$.