

1999 г.

**Вариант 1**

1. Решить неравенство  $\frac{5x-3}{\sqrt{7x-4}} < 1$ .

2. Решить уравнение  $x^{\log_7 4} + 5 \cdot 2^{\log_7 x} - 4 = 0$

3. Решить систему 
$$\begin{cases} \sin^2 x + \cos^2 y = \frac{3}{4} \\ \cos x \cdot \sin y = \frac{\sqrt{6}}{4} \\ \cos x \geq 0 \end{cases}$$

4. Найти все значения параметра  $p$ , при каждом из которых множество значений функции  $f(x) = \frac{3x+p}{x^2+5x+7}$  содержит полуинтервал  $(-1; 3]$ . Определить при каждом таком  $p$  множество значений функции  $f(x)$ .

5. Четырехугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Длины противоположных сторон  $AB$  и  $CD$  равны соответственно 9 и 4,  $AC=7$ ,  $BD=8$ . Найти площадь четырехугольника  $ABCD$ .

6. Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых ровно пять различных наборов  $(x, y, z)$  натуральных чисел  $x, y, z$  удовлетворяют системе условий

$$\begin{cases} 12x^2 - 4x - 2xy + 3y - 9 = 0 \\ ayz + axz + axy > xyz \end{cases}$$

**Вариант 2**

1. Решить неравенство  $\frac{3x-2}{\sqrt{5x-2}} < 1$ .

2. Решить уравнение  $x^{\log_5 9} + 7 \cdot 3^{\log_5 x} - 11 = 0$ .

3. Решить систему 
$$\begin{cases} \cos^2 x + \sin^2 y = \frac{1}{2} \\ \sin x \cdot \cos y = \frac{3}{4} \end{cases}$$

4. Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых множество значений функции  $f(x) = \frac{4x-a}{x^2-4x+7}$  содержит полуинтервал  $\left[-\frac{4}{3}; 1\right)$ . Определить при каждом таком  $a$  множество значений функции  $f(x)$ .

5. Четырехугольник  $KLMN$  вписан в окружность. Длины противоположных сторон  $KL$  и  $MN$  равны соответственно 3 и 5,  $KM=7$ ,  $LN=6$ . Отрезки  $KM$  и  $LN$  пересекаются в точке  $P$ . Найти радиус окружности, описанной около треугольника  $KLP$ .

6. Найти все значения параметра  $p$ , при каждом из которых ровно четыре различных набора  $(x, y, z)$  натуральных чисел  $x, y, z$  удовлетворяют системе условий

$$\begin{cases} 48y^2 + 20y - 4xy + 3x - 67 = 0 \\ pxy + pyz + pxz > xyz \end{cases} .$$

### Вариант 3

1. Решить неравенство  $\frac{5x-3}{\sqrt{9x-4}} < 1$ .

2. Решить уравнение  $x^{\log_3 25} + 8 \cdot 5^{\log_3 x} - 7 = 0$ .

3. Решить систему 
$$\begin{cases} \sin^2 x + \cos^2 y = \frac{5}{4} \\ \cos x \cdot \sin y = \frac{1}{2\sqrt{2}} \\ \sin y \geq 0 \end{cases} .$$

4. Найти все значения параметра  $q$ , при каждом из которых множество значений функции  $f(x) = \frac{2x+q}{x^2+6x+14}$  содержит полуинтервал  $\left(-\frac{1}{5}; 1\right]$ . Определить при каждом таком  $q$  множество значений функции  $f(x)$ .

5. Четырехугольник  $PQRT$  вписан в окружность. Длины его противоположных сторон  $PQ$  и  $RT$  равны соответственно 9 и 6, а длины диагоналей  $PR$  и  $QT$  равны соответственно 8 и 10. Найти отношение площадей треугольника  $PQR$  и четырехугольника  $PQRT$ .

6. Найти все значения параметра  $c$ , при каждом из которых ровно шесть различных наборов  $(x, y, z)$  натуральных чисел  $x, y, z$  удовлетворяют системе условий

$$\begin{cases} 39x^2 + 2y + 22x - 3xy - 60 = 0 \\ cxz + cyz + cxu > xyz \end{cases}$$

### Вариант 4

1. Решить неравенство  $\frac{4x-3}{\sqrt{7x-5}} < 1$ .

2. Решить уравнение  $x^{\log_6 49} + 11 \cdot 7^{\log_6 x} - 9 = 0$ .

3. Решить систему 
$$\begin{cases} \cos^2 x + \sin^2 y = \frac{3}{2} \\ \sin x \cdot \cos y = \frac{1}{4} \end{cases} .$$

4. Найти все значения параметра  $p$ , при каждом из которых множество значений функции  $f(x) = \frac{3x+p}{x^2+8x+19}$  содержит полуинтервал  $\left[-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ . Определить при каждом таком  $p$  множество значений функции  $\frac{4x-3}{\sqrt{7x-5}} < 1$ .

5. Четырехугольник  $DFGH$  вписан в окружность.  $DF$  и  $GH$  равны соответственно 8 и 4,  $FH = 6$ ,  $DG = 7$ . Отрезки  $FH$  и  $DG$  пересекаются в точке  $L$ . Найти радиус окружности, описанной около треугольника  $DFL$ .
6. Найти все значения параметра  $q$ , при каждом из которых ровно семь различных наборов  $(x, y, z)$  натуральных чисел  $x, y, z$  удовлетворяют системе условий

$$\begin{cases} 15y^2 + 14y + 7x - 5xy - 31 = 0 \\ qyz + qxz + qxy > xyz \end{cases}.$$

### ОТВЕТЫ:

#### Вариант 1

1.  $x \in \left(\frac{4}{7}; \frac{37+\sqrt{69}}{50}\right)$ ; 2.  $x = 7^{\log_2\left(\frac{\sqrt{41}-5}{2}\right)}$ ; 3.  $\begin{cases} x = \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z \\ y = (-1)^l \frac{\pi}{4} + \pi l, l \in Z \end{cases}; \begin{cases} x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z \\ y = (-1)^m \frac{\pi}{3} + \pi m, m \in Z \end{cases};$
4.  $p = 9$ ,  $E(f) = [-1; 3]$ ; 5.  $\frac{1820\sqrt{21}}{341}$ ; 6.  $\frac{5}{11} < a \leq \frac{6}{13}$ .

#### Вариант 2

1.  $x \in \left(\frac{2}{5}; \frac{17+\sqrt{73}}{18}\right)$ ; 2.  $x = 5^{\log_3\left(\frac{\sqrt{93}-7}{2}\right)}$ ; 3.  $\begin{cases} x = (-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in Z \\ y = \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi l, l \in Z \end{cases}; \begin{cases} x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z \\ y = \pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in Z \end{cases};$
4.  $a = 9$ ,  $E(f) = \left[-\frac{4}{3}; 1\right]$ ; 5.  $\frac{153}{16\sqrt{35}}$ ; 6.  $\frac{4}{9} < p \leq \frac{5}{11}$ .

#### Вариант 3

1.  $x \in \left(\frac{4}{9}; \frac{39+\sqrt{221}}{50}\right)$ ; 2.  $x = 3^{\log_5\left(\sqrt{23}-4\right)}$ ; 3.  $\begin{cases} x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z \\ y = (-1)^l \frac{\pi}{4} + \pi l, l \in Z \end{cases}; \begin{cases} x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z \\ y = (-1)^m \frac{\pi}{6} + \pi m, m \in Z \end{cases};$
4.  $q = 10$ ,  $E(f) = \left[-\frac{1}{5}; 1\right]$ ; 5.  $21 : 25$ ; 6.  $\frac{6}{13} < c \leq \frac{7}{15}$ .

#### Вариант 4

1.  $x \in \left(\frac{5}{7}; \frac{31+\sqrt{65}}{32}\right)$ ; 2.  $x = 6^{\log_7\left(\frac{\sqrt{157}-11}{2}\right)}$ ; 3.  $\begin{cases} x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z \\ y = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi l, l \in Z \end{cases}; \begin{cases} x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z \\ y = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi m, m \in Z \end{cases};$
4.  $p = 15$ ,  $E(f) = \left[-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$ ; 5.  $\frac{64}{3\sqrt{15}}$ ; 6.  $\frac{7}{15} < q \leq \frac{8}{17}$ .