

**Варианты письменных работ по математике,
предлагавшиеся на вступительном экзамене
на факультет психологии МГУ
в 1997 г.**

1. Решить уравнение $3 \cos^2 x + 4 \sin x = 0$.
2. Решить неравенство $\sqrt{t+3} > 5 - 2t$.
3. В возрастающей геометрической прогрессии сумма первого и последнего ее членов равна 164, а произведение второго и предпоследнего членов равно 324. Найти последний член прогрессии.
4. При каких действительных p уравнение
$$4^x + 2^{x+2} + 7 = p - 4^{-x} - 2 \cdot 2^{1-x}$$
имеет решение?
5. Две окружности касаются друг друга внешним образом в точке A . Через точку B на их общей касательной AB проведены две прямые, одна из которых пересекает первую окружность в точках M и N , а другая вторую окружность в точках P и Q . Известно, что $AB = 6$, $BM = 9$, $BP = 5$. Найти отношение площадей треугольников MNO и PQO , где O — точка пересечения прямых MP и NQ .
6. Найти все значения параметров a и b , при которых система уравнений
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 5 = b^2 + 2x - 4y, \\ x^2 + (12 - 2a)x + y^2 = 2ay + 12a - 2a^2 - 27 \end{cases}$$
имеет два решения (x_1, y_1) и (x_2, y_2) , удовлетворяющие условию
$$\frac{x_1 - x_2}{y_2 - y_1} = \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2}.$$

Ответы:

Факультет психологии.

1. $(-1)^n \arcsin \frac{2-\sqrt{13}}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.
2. $\left(\frac{21-\sqrt{89}}{8}; +\infty\right)$;
3. 162.
4. $[17; +\infty)$.
5. $\frac{625}{121}$.
6. $a = 4, b \in (-3 - \sqrt{45}; 3 - \sqrt{45}) \cup (-3 + \sqrt{45}; 3 + \sqrt{45})$.