Варианты письменных работ по математике, предлагавшиеся на вступительном экзамене на факультет психологии МГУ в 1993 г.

Вариант I.

1. Решить уравнение

   $2^{\frac{3x-1}{2x+1}} - 1 = 2^{\frac{2-x}{2x+1}}.$

2. Решить неравенство
   $\sqrt{3-x} - \sqrt{x} > \frac{1}{\sqrt{5}}.$

3. Найти все решения уравнения

   $3\sin 5x + \sqrt{2}\, sin^2\left(x + \frac{\pi}{20}\right) = 3\cos 5x - 3\sqrt{2}$
   на отрезке $[-2\pi, 2\pi]$.

4. В остроугольном треугольнике *ABC* проведены высоты *CH* и AH_1. Известно, что $AC=2$, площадь круга, описанного около ΔHBH_1, равна $\frac{\pi}{3}$. Найти угол между высотой *CH* и стороной *BC*.

5. Уравнение $(a-1)x^2 - (a+1)x + 2a - 1 = 0$ имеет действительные корни x_1, x_2.

   1) Найти все значения параметра a, при которых оба корня меньше единицы.
   2) При $a = 1$ найти все значения параметра b, чтобы выражение $(x_1 - b)(x_2 - b)$ не зависело от параметра a.

Вариант II.

1. Решить уравнение

   $3^{\frac{x+2}{3x-4}} - 7 = 2 \cdot 3^{\frac{5x-10}{3x-4}}.$

2. Решить неравенство

   $\sqrt{1-x} - \sqrt{x} > \frac{1}{\sqrt{3}}.$

3. Найти все решения уравнения

$$\frac{1}{\sqrt{2}} sin^2\left(x + \frac{\pi}{12}\right) + \sin 3x = \cos 3x - \sqrt{2}$$

   на отрезке $[-2\pi, 2\pi]$.

4. В остроугольном треугольнике *ABC* проведены высоты CC_1 и AA_1. Известно, что $AC=1$ и $C\hat{C}A_1=\alpha$. Найти площадь круга, описанного около треугольника C_1BA_1.

6. Уравнение $(a-1)x^2 - (2a+1)x + 2 + 5a = 0$ имеет действительные корни x_1, x_2.
    1) Найти все значения параметра a, при которых оба корня больше единицы.
    2) При $a \neq 1$ найти все значения параметра b, чтобы выражение $(x_1 - b)(x_2 - 6)$ не зависело от параметра a.

Ответы:

Вариант I.

1. 2.
2. $(0; \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{29}}{10}]$.
3. $-\frac{\pi}{20}; 2\pi - \frac{\pi}{20}$.
4. $30°$.
5. 1) $\left[\frac{7-2\sqrt{7}}{7}; 1\right)$; 2) $\frac{1}{2}$.

Вариант II.

1. 2.
2. $[0; \frac{3-\sqrt{5}}{6})$.
3. $-\frac{\pi}{12}; 2\pi - \frac{\pi}{12}$.
4. $\frac{\pi}{4} tg^2\alpha$.
5. 1) $\left(1; \frac{2+\sqrt{13}}{4}\right]$; 2) $\frac{7}{3}$.